РЕГУЛЯРИЗАЦІЯ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ, НЕ РОЗВ'ЯЗАНОЇ ВІДНОСНО ПОХІДНОЇ

С. М. Чуйко[1,2,3], **О. В. Нєсмєлова**[3], **В. О. Кузьміна**[3]

[1]Max Planck Institute for Dynamics of Complex Technical Systems, Magdeburg, Germany,
[2]Донбаський державний педагогічний університет, Слов'янськ, Україна,
[3]Інститут прикладної математики і механіки НАН України, Черкаси, Україна.
chujko-slav@ukr.net, star-o@ukr.net, vladakuzmina765657@gmail.com

Нами досліджено задачу про побудову розв'язку

$$y(t) \in \mathbb{D}^2[a;b], \quad y'(t) \in \mathbb{L}^2[a;b]$$

інтегро-диференціальної крайової задачі для типу Фредгольма з виродженим ядром, не розв'язаної відносно похідної [1–3]

$$A(t)\,y'(t) = B(t)\,y(t) + \Phi(t)\int_a^b F(y(s), y'(s), s)\,ds + f(t), \quad \ell y(\cdot) = \alpha, \quad \alpha \in \mathbb{R}^\upsilon. \tag{1}$$

Розв'язок крайової задачі (1) шукаємо в околі розв'язку $y_0(t) \in \mathbb{D}^2[a;b], \quad y_0'(t) \in \mathbb{L}^2[a;b]$ породжуючої нетерової $n \neq \upsilon$ крайової задачі

$$A(t)\,y_0'(t) = B(t)\,y_0(t) + f(t), \quad \ell y_0(\cdot) = \alpha. \tag{2}$$

Тут $A(t), B(t) \in \mathbb{L}^2_{n\times n}[a;b] := \mathbb{L}^2[a;b] \otimes \mathbb{R}^{n\times n}$, $\Phi(t) \in \mathbb{L}^2_{n\times m}[a;b]$, $f(t) \in \mathbb{L}^2[a;b]$; $\ell y(\cdot) : \mathbb{D}^2[a;b] \to \mathbb{R}^\upsilon$ — лінійний обмежений векторний функціонал, визначений на просторі $\mathbb{D}^2[a;b]$ n-вимірних абсолютно неперервних на відрізку $[a,b]$ функцій. Матрицю $A(t)$ припускаємо прямокутною, або ж квадратною, але виродженою. Вектор-функція $F(y(t), y'(t), t)$ лінійна за розв'язком $y(t)$ крайової задачі (1) та його похідною $y'(t)$, а також неперервна за третім аргументом на відрізку $[a;b]$; $\ell y(\cdot) : \mathbb{D}^2[a;b] \to \mathbb{R}^\upsilon$ — лінійний обмежений векторний функціонал, визначений на просторі $\mathbb{D}^2[a;b]$ n-вимірних абсолютно неперервних на відрізку $[a,b]$ функцій [1]. Знайдено конструктивні умови регуляризації та схему знаходження розв'язків лінійної нетерової інтегро-диференціальної крайової задачі для рівняння типу Фредгольма з виродженим ядром, не розв'язаної відносно похідної [3].

Другий автор був підтриманий Національним фондом досліджень України в рамках проєкту №2025.07/0014 «Сучасні проблеми математичного аналізу і геометричної теорії функцій».

[1] Boichuk A. A., Samoilenko A. M. Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems; 2-th edition, Berlin; Boston, De Gruyter, 2016, 298 pp.

[2] Samoilenko A. M., Boichuk A. A., Krivosheya S. A. Boundary value problems for systems of integro-differential equations with degenerate kernel, *Ukr. Math. J.* **48** (1996), no. 11, 1785–1789.

[3] Chuiko S. M., Nesmelova O. V., Kuz'mina V. O. On regularization of an integro-differential boundary value problem unsolved with respect to the derivative, by perturbing the boundary condition, *J. Math. Sci.* **299** (2026), no. 1, 1–10.